Đáp Án: Quy Hoạch Toán Học (ngày 29-12-2014)

Câu 1: D *(0,5 đ)* **Câu 2**: C *(0,5 đ)*

Câu 3

a) Bài toán đối ngẫu tương ứng (D):

(1) $g(y) = 9y_1 + 14y_2 + 7y_3 \rightarrow \max$

$$(2)\begin{cases} y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 3 \\ 5y_1 - 3y_2 + 4y_3 \leq 3 \\ y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 1 \end{cases} \quad \textit{(0,5 đ)}$$

(3) $y_1 \leq 0$, y_2 tùy ý, y_3 tùy ý *(0,5 đ)*

b) Trong hai bài toán thì bài toán gốc đơn giản hơn vì: Để giải bài toán gốc chúng ta chỉ cần đưa vào một ẩn phụ và hai ân giả; để giải bài toán đối ngẫu chúng ta phải đổi dấu một ẩn âm, đổi biến hai ẩn tùy ý thành 4 ẩn và đưa vào 3 ẩn phụ.

Đưa bài toán gốc về dạng chuẩn (P_M)

(1) $f_M(x) = 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 0x_4 + M(x_5 + x_6) \rightarrow \min$ (với M là số dương lớn tùy ý)

$$(2)\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 14 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + x_6 = 7 \end{cases} \quad \textbf{\textit{(0,5 đ)}}$$

(3) $x_j \geq 0$, $j = \overline{1,6}$

Lập bảng đơn hình (có thể không cần lập cột x_5, x_6)

Hệ số	Hệ ẩn cơ bản	PACB	3	3	1	0	M	M	λ_i
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	9	1	5	1	1	0	0	9
M	x_5	14	2	-3	2	0	1	0	7
M	x_6	7	1	4	1	0	0	1	7(min)
Bảng 1	$f_M(x) = 21M$		3M-3	M-3	3M-1	0	0	0	
0	x_4	2	0	1	0	1	0	-1	
M	x_5	0	0	-11	0	0	1	-2	
1	x_3	7	1	4	1	0	0	1	
Bảng 2	$f_M(x) = 7$		-2	-11M+1	0	0	0	1-3M	

(0,5 đ)

Trong bảng 2, vì M là số dương lớn nên $\Delta_j \leq 0 \ \forall\ j = \overline{1,6}$. PACB hiện có của bài toán (P_M) là $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (0, 0, 7, 2, 0, 0)$ tối ưu. Trong hệ ẩn cơ bản chỉ còn ẩn giả x_5 nhưng $x_5 = 0$ nên bài toán (P) có PATƯ là $(x_1, x_2, x_3) = (0,0,7)$ và $f_{\min} = 7$. ***(0,5 đ)***

Theo định lý độ lệch bù yếu ta có: $\begin{cases} 7(y_1 + 2y_2 + y_3 - 1) = 0 \\ y_1(0 + 5\times 0 + 7 - 9) = 0 \\ y_3(0 + 5\times 0 + 7 - 7) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 = t \\ y_3 = 1 - 2t \end{cases}$ với mọi $t \in \mathbb{R}$

Phương án tối ưu bài toán đối ngẫu (D) là: $(y_1, y_2, y_3) = (0, t, 1-2t), \forall t \in \mathbb{R}$; $g_{\max} = 7$ ***(0,5 đ)***

__Câu 4__ Bài toán này có dạng bài toán vận tải không cân bằng thu phát với lượng phát ít hơn lượng thu là $(1600+2000+2400)-(2800+2200)=1000$. Lập thêm trạm giả A_3 với lượng cần phát $a_3=1000$. Để trạm B_3 thu đủ thì lượng hàng giả trạm A_3 không được phát vào trạm B_3 nên ô $(3,3)$ là ô cấm, vì cần ***tổng chi phí thấp nhất*** nên đây là bài toán $f \to \min$ do đó "cước phí" ô $(3,3)$ là M (với M là số dương lớn tùy ý). ***(0,5 đ)***

Lần lượt phân phối như sau: ô $(1,1)$ 1600 ; ô $(1,2)$ 1200; ô $(2,3)$ 2200; ô $(3,2)$ 800; ô $(3,3)$ 200

Sau khi phân phối xong ta được phương án cơ bản ban đầu không suy biến, rồi tiếp theo "quy 0 cước phí" các ô chọn ta được:

Xí nghiệp / Sản phẩm	B_1 1600	B_2 2000	B_3 2400	
A_1:2800	7 × 1600	7,5 × 1200	8	$r_1 \overset{cho}{=} 0$
A_2:2200	8	8,5	7,5 × 2200	$r_2 = M$
A_3: 1000	0	0 × 800	M × 200	$r_3 = 7,5$
	$s_1 = -7$	$s_2 = -7,5$	$s_3 = -M - 7,5$	

Tính lại "cước phí" các ô

Xí nghiệp / Sản phẩm	B_1 1600	B_2 2000	B_3 2400
A_1:2800	0 × 1600	0 × 1200	$0,5-M$ × Đưa vào
A_2:2200	$1+M$	$1+M$	0 × 2200
A_3: 1000	0,5	0 × 800	0 × Đưa ra 200

(0,5 đ)

Còn ô (1,3) có "cước phí" âm nên phương án cơ bản hiện có không tối ưu.

Ô đưa vào là ô (1,3).

Vòng điều chỉnh là $V=\{(1,2),(1,3),(3,2),(3,3)\}$, $V^L=\{(1,3),(3,2)\}$, $V^C=\{(1,2),(3,3)\}$.

Ô đưa ra là ô $(3,3)$ và lượng điều chỉnh là $x_{33}=200$. Lập phương án mới rồi "quy 0 cước phí" các ô chọn ta được:

Xí nghiệp / Sản phẩm	B_1 1600	B_2 2000	B_3 2400	
A_1:2800	0 × 1600	0 × 1000	$0,5-M$ × 200	$r_1 \overset{cho}{=} 0$
A_2:2200	$1+M$	$1+M$	0 × 2200	$r_2 = 0,5 - M$
A_3: 1000	0,5	0 × 1000	0 0	$r_3 = 0$
	$s_1 = 0$	$s_2 = 0$	$s_3 = M - 0,5$	

(0,5 đ)

Tính lại "cước phí" các ô

Xí nghiệp / Sản phẩm	B_1 1600	B_2 2000	B_3 2400
A_1:2800	0 × 1600	0 × 1000	0 × 200
A_2:2200	1,5	1,5	0 × 2200
A_3: 1000	0,5	0 × 1000	$M-0{,}5$ 0

Tất cả các ô đều có cước phí không âm nên phương án cơ bản nà tối ưu. Vì ô cấm $(3{,}3)$ nhận giá trị 0 nên bài toán có phương án tối ưu là:

Xí nghiệp / Sản phẩm	B_1 1600	B_2 2000	B_3 2400
A_1:2800	7 1600	7,5 1000	8 200
A_2:2200	8 0	8,5 0	7,5 2200

Tổng chi phí bé nhất: $f_{\min} = 7\times 1600 + 7{,}5\times 1000 + 8\times 200 + 7{,}5\times 2200 = 36800$(*đơn vị tính 10.000 đồng*)

$= 368000$(*đơn vị tính 1.000 đồng*) $= 368000000$ *đồng* $= 368$ *(triệu đồng)*

(0,5 đ)

<u>Câu 5</u> : Đây là bài toán dạng "Bài toán sản xuất đồng bộ", mỗi bộ gồm 1 quần và 1 áo.

1a) $\max\{c_{ij} : i=1,2; j=1,2\} = 500 = c_{12}$ nên ô chọn đầu tiên là ô (1,2), $u_2 = 500$, $v_1 = 1$

1b) Chỉ còn cột 2 chưa có nhân tử nên $t=2$ và nhân tử cột 2 là $v_2 = \min\left\{\dfrac{u_2}{c_{22}}\right\} = \dfrac{500}{480} = \dfrac{25}{24}$

Ô (2,2) là ô chọn tiếp theo.

1c) Chỉ còn hàng 1 chưa có nhân tử nên $r=1$ và nhân tử hàng 1 là $u_1 = \max\{c_{1j}v_j : j=1,2\} = 440$

Ô (1,1) là ô chọn tiếp theo. ***(0,5 đ)***

Tính được : $z = \dfrac{440+500}{1+\dfrac{25}{24}} = \dfrac{22560}{49} \approx 460{,}408$

S.Phẩm / X.Nghiệp	Quần 1	Áo 1	
XN I: 1	440 × $x_{11}=1$	420 $x_{12}=0$	$u_1 = 440$
XN II: 1	500 × $x_{21}=\dfrac{2}{49}$	480 × $x_{22}=\dfrac{47}{49}$	$u_2 = 500$
	$v_1 = 1$	$v_2 = \dfrac{25}{24}$	***(0,5 đ)***

Tính được $x_{11}=1\ge 0,\ x_{12}=0\ge 0,\ x_{21}=\dfrac{2}{49}\ge 0,\ x_{22}=\dfrac{47}{49}\ge 0$ nên giả phương án này là phương án tối ưu.

Thời gian trung bình để công ty sản xuất đủ số quần áo hoàn thành hợp đồng: $T=\dfrac{50000}{\frac{22560}{49}}\approx 108{,}6$ ngày

(0,5 đ)

b) $X_{11}=x_{11}\times T\approx 108{,}6$; $X_{12}=x_{12}\times T=0$; $X_{21}=x_{21}\times T=\dfrac{625}{141}\approx 4{,}43$; $X_{22}=x_{22}\times T=\dfrac{625}{6}\approx 104{,}16$

S.Phẩm / X.Nghiệp	Quần 1	Áo 1
XN I: 1	440 $X_{11}\approx 108{,}6$	420 $X_{12}=0$
XN II: 1	500 $X_{21}=\dfrac{625}{141}\approx 4{,}43$	480 $X_{22}=\dfrac{625}{6}\approx 104{,}16$

Phân công trình tự sản xuất quần áo cho các xí nghiệp như sau: Xí nghiệp I chỉ sản xuất quần, (khoảng 108,6 ngày); xí nghiệp II sản xuất áo trước (khoảng 104,16 ngày- đủ 50.000 áo), sau đó chuyển sang sản xuất quần (khoảng 4,43 ngày- cùng xí nghiệp I sản xuất đủ 50.000 quần).

(0,5 đ)

Câu 6 Gọi: x_1, x_2 lần lượt là số bộ quần áo sản xuất trong thời gian thường và thời gian tăng ca tại xí nghiệp A trong một tháng; y_1, y_2 lần lượt là số bộ quần áo sản xuất trong thời gian thường và thời gian tăng ca tại xí nghiệp B trong một tháng; z_1, z_2 lần lượt là số bộ quần áo sản xuất trong thời gian thường và thời gian tăng ca tại xí nghiệp C trong một tháng. ***(0,5 đ)***

Ta có:

- Tổng chi phí sản xuất bé nhất:
  $73.000x_1+74.200x_2+74.500y_1+75.500y_2+74.000z_1+75.000z_2\to\min$
- Cần sản xuất đủ 260.000 để giao cho khách hàng: $x_1+x_2+y_1+y_2+z_1+z_2=260.000$ ***(0,5 đ)***
- Số bộ quần áo sản xuất phải không âm và nguyên: $x_1\ge 0$ và x_1 nguyên, $x_2\ge 0$ và x_2 nguyên, $y_1\ge 0$ và y_1 nguyên, $y_2\ge 0$ và y_2 nguyên, $z_1\ge 0$ và z_1 nguyên, $z_2\ge 0$ và z_2 nguyên.
- Số bộ quần áo sản xuất trong thời gian thường và thời gian tăng ca tại mỗi xí nghiệp không vượt quá năng lực sản xuất của xí nghiệp đó: $x_1\le 90.000$, $x_2\le 40.000$, $y_1\le 50.000$, $y_2\le 22.000$, $z_1\le 80.000$, $z_2\le 35.000$. ***(0,5 đ)***
- Số bộ quần áo sản xuất tại hai xí nghiệp B và C phải ít nhất là 156.000 bộ:
  $y_1+y_2+z_1+z_2\ge 156.000$

Tóm lại ta có mô hình bài toán là tìm $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ sao cho:

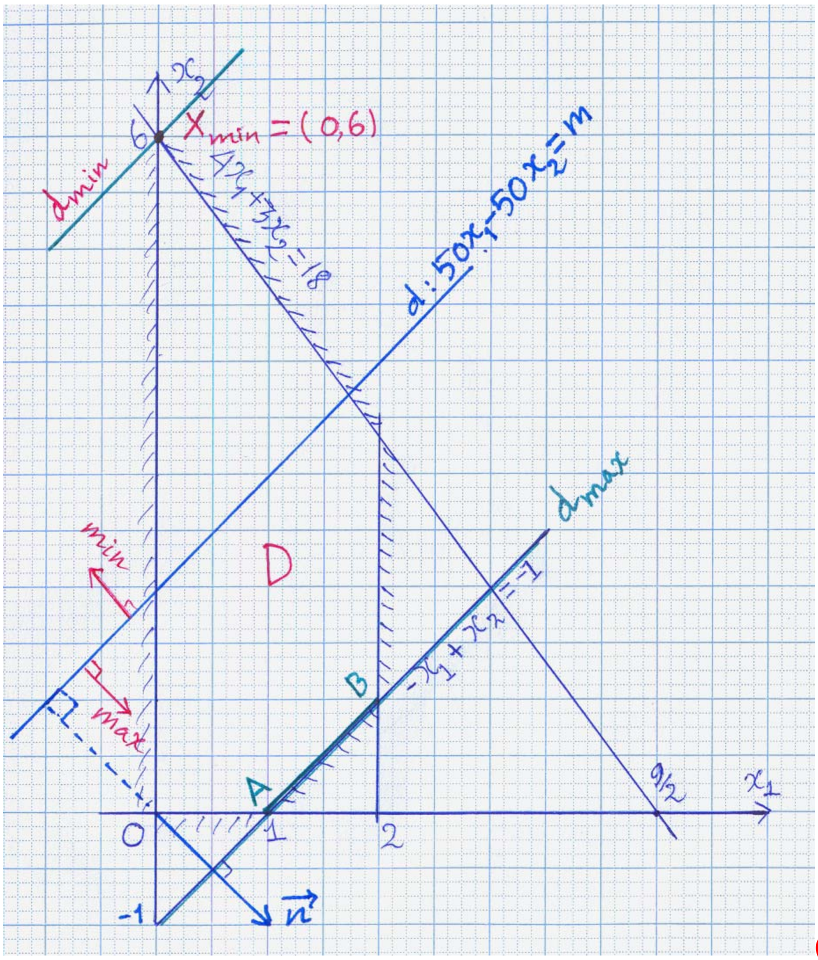
(1) $73.000x_1+74.200x_2+74.500y_1+75.500y_2+74.000z_1+75.000z_2\to\min$

$$(2)\ \begin{cases} x_1+x_2+y_1+y_2+z_1+z_2=260.000\\ x_1\le 90.000; x_2\le 40.000\\ y_1\le 50.000; y_2\le 22.000\\ z_1\le 80.000; z_2\le 35.000\\ y_1+y_2+z_1+z_2\ge 560.000\end{cases}$$

(3) $x_1\ge 0, x_2\ge 0, y_1\ge 0, y_2\ge 0, z_1\ge 0, z_2\ge 0$ và $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ nguyên ***(0,5 đ)***

Câu 7

Miền phương án D, véc tơ $\vec{n} = (1;-1) /\!/ \overrightarrow{OC} = (50;-50)$, đường mức (d) như hình vẽ.



(1 đ)

- *Trường hợp $f \to min$*: Tịnh tiến (d) theo hướng ngược lại với $\vec{n}$ ta được d_{min} và từ đó tính được $X_{min} = (0;6)$, $f_{min} = f(0,6) = -300$. ***(0,25 đ)***

- *Trường hợp $f \to max$*: Tịnh tiến (d) theo hướng $\vec{n}$ ta được d_{max} và từ đó tính được X_{max} là tập hợp tất cả các điểm thuộc đoạn AB như hình vẽ. Tính được $X_{max} = (1+t;t)$ với $0 \le t \le 1$ và $f_{max} = f(1+t,t) = 50(1+t) - 50t = 50$. ***(0,25 đ)***

- b) Trong cả hai trường hợp min và max, bài toán (P) có phương án tối ưu nên bài toán (D) cũng có phương án tối ưu (hệ quả 1-định lý độ lệch bù yếu). ***(0,5 đ)***